

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Вариант №2

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 16–20, 24–26).

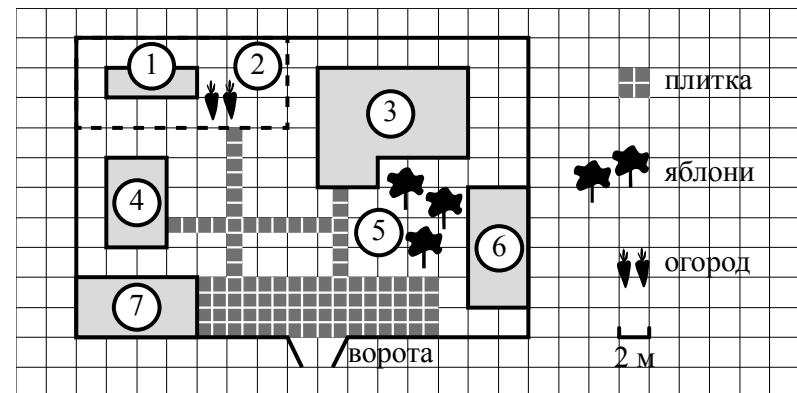
После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желааем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай, расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная плиткой такого же размера, но другой фактуры и цвета.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

- 1** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	яблони	теплица	жилой дом	баня
Цифры				

- 2** Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4** Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

- 5** Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Средн. расход газа/ средн. потребл. мощность	Стоимость газа/электро- энергии
Газовое отопление	25 000 руб.	17 552 руб.	1,3 куб. м/ч	5,2 руб./куб. м
Электр. отопление	21 000 руб.	15 000 руб.	5,2 кВт	4,1 руб./($\text{кВт}\cdot\text{ч}$)

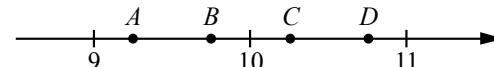
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

- 6** Найдите значение выражения $4,9 - 9,4$.

Ответ: _____.

- 7** На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{85}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ:

- 8** Найдите значение выражения $\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3}$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $x^2 - 25 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

10 Родительский комитет закупил 10 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 4 с машинами и 6 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 10 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

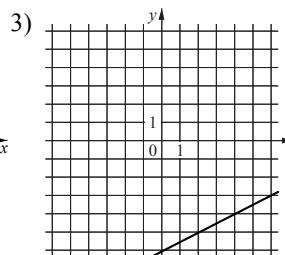
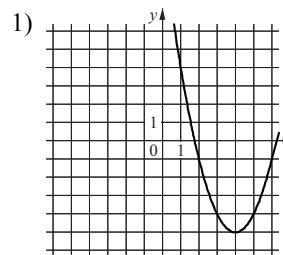
ФУНКЦИИ

A) $y = \frac{1}{2}x - 6$

Б) $y = x^2 - 8x + 11$

В) $y = -\frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	Б	В

12 Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

20; 17; 14; ...

Найдите 6-й член этой прогрессии.

Ответ: _____.

13

Найдите значение выражения $\frac{a+x}{a} \cdot \frac{ax+x^2}{a^2}$ при $a=56$, $x=40$.

Ответ: _____.

14

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 80 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

15

Укажите решение неравенства

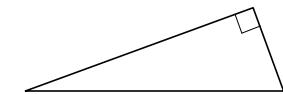
$$-3 - 3x < 7x - 9.$$

- 1) $(-\infty; 0,6)$ 2) $(-\infty; 1,2)$ 3) $(0,6; +\infty)$ 4) $(1,2; +\infty)$

Ответ:

16

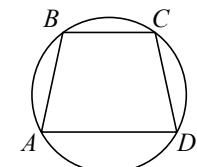
Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 11. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

17

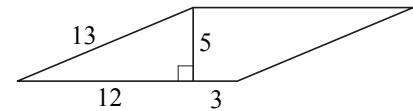
Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 61° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18

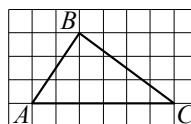
Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

19

- На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

20

- Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 2) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21

- Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

22

- Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 140 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 10 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

23

- Постройте график функции

$$y = x|x| + 2|x| - 3x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

24

- Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 6,4, а $AB = 6$.

25

- Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

26

- Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R\varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	5136
2	23
3	68
4	10
5	450
6	-4,5
7	1
8	72
9	5
10	0,4
11	312
12	5
13	1,4
14	176
15	3
16	22
17	119
18	75
19	3
20	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$$x(x+1)^2 = 2(x+1); (x+1)(x(x+1)-2) = 0; (x+1)(x^2+x-2) = 0,$$

откуда $x = -1$, $x = -2$ или $x = 1$.

Ответ: $-2; -1; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 140 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 10 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $140 + 4 = 144$ (км/ч). Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{144 \cdot 10}{3,6} = 400.$$

Ответ: 400 м.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Постройте график функции

$$y = x|x| + 2|x| - 3x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

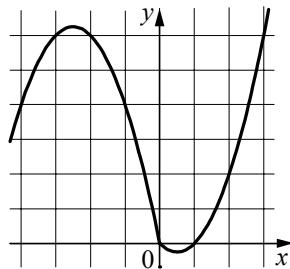
Построим график функции $y = -x^2 - 5x$

при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - x$ при $x \geq 0$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол.

Получаем, что $m = -0,25$ или $m = 6,25$.

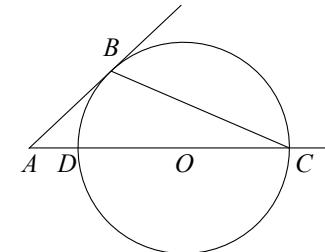
Ответ: $m = -0,25$; $m = 6,25$.



24

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 6,4, а $AB = 6$.

Решение.



Пусть окружность пересекает второй раз прямую AC в точке D , а $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = x(x - CD); 36 = x(x - 6,4); x^2 - 6,4x - 36 = 0,$$

откуда $x = 10$ или $x = -3,6$. Получаем, что $AC = 10$.

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

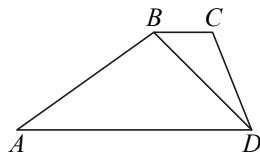
25

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.

В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей BD , кроме того,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 4.$$



Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

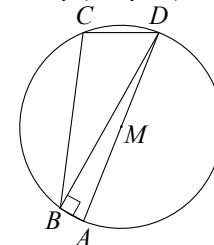
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

26

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC=14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .

Решение.

Условие задачи означает, что четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром M , а AD — её диаметр (см. рис.).



Так как сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника равна 180° , получаем, что $\angle DAB = 80^\circ$ и $\angle ADC = 70^\circ$.

Угол ABD прямой, так как опирается на диаметр, поэтому $\angle ADB = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$,

откуда $\angle CDB = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$.

По теореме синусов для треугольника CDB , получаем:

$$AD = \frac{BC}{\sin 60^\circ} = \frac{28\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{28\sqrt{3}}{3}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл